

PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL AULA MÁS Y MÁS PROBLEMAS

LOURDES MUÑOZ – PILAR LASSALLE

Como profesoras de Educación Infantil y Primaria estamos realmente preocupadas por la educación matemática de nuestros alumnos (en este momento niños de 5, 6 y 7 años).

Vemos que el enorme interés que en los pequeños despierta la matemática se desvanece con el tiempo, que la curiosidad y el interés que muestran al inicio de la escolaridad se convierte en gran número de casos en monotonía que incluso a veces lleva a un fracaso en matemáticas, que la innata capacidad para razonar se transforma en la aplicación de reglas y algoritmos aprendidos memorísticamente.

Sabemos que resolviendo problemas aprenden matemáticas y pueden llegar a ser usuarios eficientes de este lenguaje internacional.

En este artículo reflejamos lo que sucede en nuestras aulas, cómo se involucran los niños en la resolución de problemas. Pretendemos mostrar pistas, abrir caminos, dar ideas a otros docentes que, como nosotras, piensen que realmente hay que dar un cambio en la enseñanza de la matemática.

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas ha sido siempre el eje de la evolución de las matemáticas; todos los conocimientos matemáticos han surgido de la necesidad de resolver cuestiones sociales, comerciales, arquitectónicas ..., siempre para resolver problemas reales.

Como menciona Georges Ifrah en su maravilloso libro "Las cifras; historia de una gran invención": "La historia de las matemáticas es la historia de las necesidades y preocupaciones de unos grupos sociales que intentan enumerar sus miembros, sus bienes, sus cautivos, fechar la fundación de sus ciudades, victorias... utilizando todo tipo de medios" .

Está claro que en realidad hacer matemáticas es resolver problemas. En la escuela no debería ser muy diferente: todos los contenidos matemáticos deberían servir únicamente para resolver problemas.

Ésta ha sido la dirección de la enseñanza tradicional de las matemáticas:

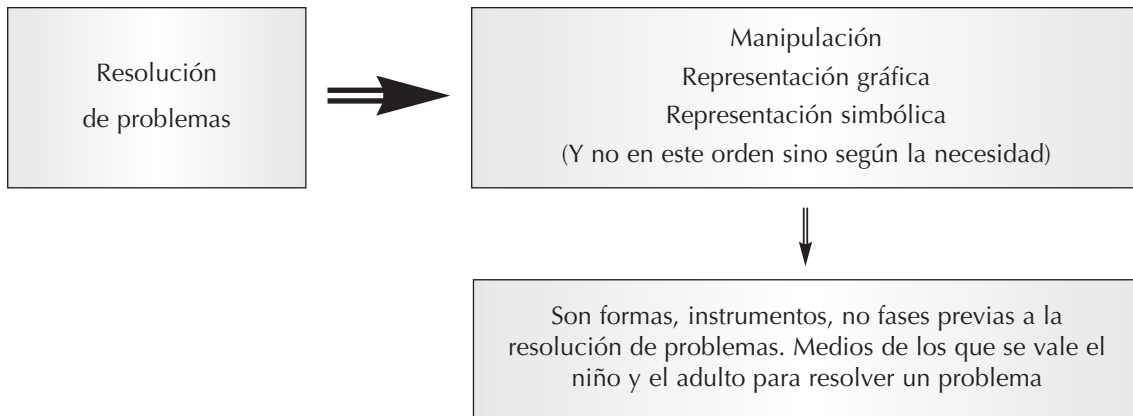
Manipulación
Representación gráfica
Representación simbólica
Resolución de problemas



Queriendo dar un cambio, hemos gastado mucha energía intentando que las matemáticas fueran divertidas, asequibles a todos, que tuvieran un carácter lúdico.

Desde luego así hemos dado un paso adelante; se han introducido nuevas actividades, nuevos materiales, nuevos juegos matemáticos en las aulas. Pero posiblemente el mayor atractivo de las matemáticas subyace en que tengan sentido, en que sean un instrumento válido para resolver muchas situaciones.

Si creemos que las matemáticas han de ser un conocimiento útil y que su aprendizaje se debe basar en la respuesta a situaciones problemáticas interesantes, significativas y necesarias, debemos dar un cambio radical: considerar la resolución de problemas como punto de arranque y el elemento que caracterice a todo el proceso de enseñanza de la matemática.



Sabemos que el aprendizaje es un proceso activo y que un alumno entra en actividad cuando se enfrenta a un problema; sabemos también que para poder construir el conocimiento necesita la interacción con las personas y los objetos. Partiendo de situaciones significativas, de problemas reales, el alumno podrá comprender o intuir el procedimiento a seguir, sepa o no que se debe de hacer operaciones matemáticas para resolverlos sepa o no operar con precisión. Deberá aprender a resolver operaciones, pero siempre partiendo de un contexto matemático real.

Se trata de ofrecer situaciones, herramientas, estrategias adecuadas para pensar, relacionar los datos, buscar soluciones, verbalizar lo que se piensa, analizar lo que se hizo...

Se trata de que los alumnos desde pequeños aborden los conocimientos tal y como son, con su complejidad y dificultad, y se "sumerjan" en ellos para que puedan, con la ayuda de la maestra y de los demás alumnos, analizar, relacionar, argumentar y así ir construyendo conocimientos y procedimientos matemáticos y conocer el uso que se hace de los mismos.

Se trata de que llegue a ser un usuario autónomo de la matemática.

Resolver problemas matemáticos desde pequeños, a su manera, entre todos

Para aprender es necesario pensar

PERO ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

- Diccionario de la lengua FOCUS.

Cuestión que se trata de aclarar, proposición dudosa.

Problema matemático: proposición dirigida a averiguar el modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos.

- Diccionario escolar de la lengua española, Santillana.

Cosa que hay que resolver o solucionar y de la que sólo sabemos unos datos.

Cosa mala o difícil que nos preocupa o no nos deja hacer algo.

Está claro que un problema matemático es algo cuyo resultado o solución desconocemos, que conlleva una dificultad que no puede resolverse automáticamente; supone una necesidad de resolverlo y la posibilidad de resolverlo de modo matemático.

Es pues, una actividad mental compleja que incluye deseo de resolución, herramientas matemáticas y lógicas, paciencia, perseverancia...

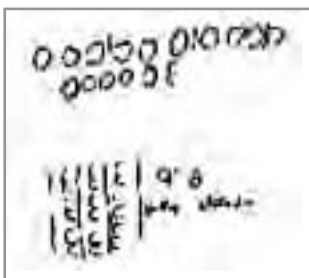
EN LA ESCUELA ENSEÑAR MATEMÁTICAS DEBE SER EQUIVALENTE A RESOLVER PROBLEMAS: ASPECTOS METODOLÓGICOS

Sólo con un tratamiento adecuado en la resolución de problemas se puede contribuir al verdadero aprendizaje de las matemáticas, su mera inclusión en las actividades de aula no garantiza nada.

Es necesario tomar decisiones acerca de qué información necesitamos, cómo obtenerla y organizarla; **es necesario analizar las estrategias y técnicas utilizadas, es necesario verbalizar el pensamiento y contrastarlo con el de los demás.** Hay que discutir, hay que vivir el problema. De ahí se van nutriendo y aprenden a utilizar como propias estrategias válidas para otros. La solución eficaz no sólo depende del conocimiento de conceptos y herramientas, hay que saber utilizarlas y establecer relaciones entre ellas.

Ejemplo: 5 años

En un paquete hay 15 galletas. Son para tu padre, para tu madre y para ti. ¿Cuántas galletas hay para cada uno?



Gorka decide que cada uno tendrá tres galletas. Después dibuja las 15 galletas y con rayas realiza el reparto para ver las que sobran. Posteriormente apunta las galletas que corresponden a cada uno (cada 3 vale por una galleta).

El diálogo es fundamental en la resolución de problemas.

Para nosotras tiene una gran importancia el lenguaje en la construcción del conocimiento matemático. Los niños y niñas cuando se plantean problemas de este modo entienden perfectamente el problema y cada uno aporta desde su punto de vista una posible solución. Los problemas se resuelven en grupo (toda la clase o grupos más pequeños), así los niños al verbalizar sus ideas ordenan su pensamiento, al discutir sus ideas las argumentan, las van modificando al contrastarlas con sus compañeros, las complementan, las rechazan, las reafirman...

El hablar de las actividades matemáticas que realizan les ayuda a profundizar en la representación de las acciones mentales que están llevando a cabo.

Al expresar en voz alta lo que piensan sobre las matemáticas avanzan en los conocimientos a nivel personal y a nivel grupal, lo cual es también fundamental: tener conciencia de que aprenden y avanzan juntos.

Para ello es imprescindible que los docentes **demostremos oportunidades a los niños para poder expresar su forma de pensar, les dejemos resolver los problemas de la forma que ellos puedan...** perdamos el miedo al pensamiento infantil y a sus múltiples estrategias.

Para que el alumno resuelva realmente el problema, **deberá determinar cuales son los datos de que dispone, donde/cómo puede encontrar algún dato que le falte, pensar qué procedimiento usar para resolverlo...**

Ejemplo: Educación Infantil, 5 años.

¿Cuántos asientos ocuparemos en el autobús para ir al cine mañana, todos los de las dos aulas?

Trabajo en grupos, en diferentes sesiones.

1ª sesión

Grupo A: La actividad se centró en la búsqueda del dato exacto y en el conteo para llegar al resultado. Unos con lápiz y papel y otros con calculadora.

2ª sesión

En gran grupo explicaron a sus compañeros lo que habían hecho.

3ª sesión

Grupo B: Tenían muy claro lo que había que hacer y usaron la calculadora desde el principio.

4ª sesión

Grupo C: Esta sesión fue posterior al viaje en autobús.

Registro: Leire K. y Klaus / Gorka A. y Ximon / Beñat- Gorka O.

PROFESORA: Ahora ya sabemos que en el autobús cabíamos todos verdad?

KLAUS: Y sobraron asientos.

PROFESORA: Cuántos asientos ocupamos?

BEÑAT: ¡Es muy difícil!

PROFESORA: Si lo necesitáis coged papel y lápiz.

KLAUS: (Coge la calculadora).

GORKA: 20

PROFESORA: ¿Fuimos 20?

KLAUS: Ya sé, miraré fuera.

(Se han ido todos a mirar en las listas de cada aula, que están en el pasillo, al lado de las puertas. Al rato vuelven.)

TODOS: 30 niños

PROFESORA: ¿Qué habéis hecho?

GORKA: Contar pero sin empezar otra vez: 1, 2, 3...17 y luego 18, 19, 20...30

LEIRE: 17 y luego 18, 19, 20, 21...29, 30. He contado con los dedos hasta completar 30.

PROFESORA: ¿Cómo has sabido que te tenías que parar en 30?

LEIRE: Primero contar (en la lista del aula contigua), y luego con los dedos. Yo ya sé 18 más 12.

Después por parejas resolvieron el problema con la calculadora o en el papel

PROFESORA: Le pregunté al chófer y me dijo que el autobús tenía 55 asientos.

¿Cuántos asientos sobraron? ¿Cómo podemos saberlo?

XIMON: Contando.

KLAUS: Hacer el dibujo del autobús, dibujar los niños y así. (Las tres parejas se han puesto a dibujar; cada pareja tiene una hoja)

GORKA: 45 (Empieza a dibujar asientos).

XIMON: ¡45 es mucho!

GORKA: Pero ya sabemos.

Los demás están dibujando el autobús sin asientos. Al ver lo que hace Gorka, han empezado a dibujar asientos dentro del autobús.)

GORKA: Ya Lourdes, 45. (Me enseña lo que ha dibujado.)

PROFESORA: Pero son 55, 10 más.

GORKA: (Sigue dibujando asientos. Al rato, y para saber cuántos faltan les he ayudado a contar,)

PROFESORA: Y ahora ya sabemos cuántos sobraron? ¿Qué podéis hacer para saberlo?

XIMON: Borrar.

GORKA: ¡Borrar no!

PROFESORA: ¿Hay alguna otra manera?

XIMON: Sí, dibujar los niños.

(Las tres parejas han hecho lo mismo, después han contado los asientos libres y para terminar han anotado el resultado en el papel).

La sesión ha sido larga y han terminado cansados, pero no he cortado la actividad porque les he visto muy a gusto y muy implicados en lo que hacían.

Estas son las estrategias empleadas por los niños para resolver el problema:

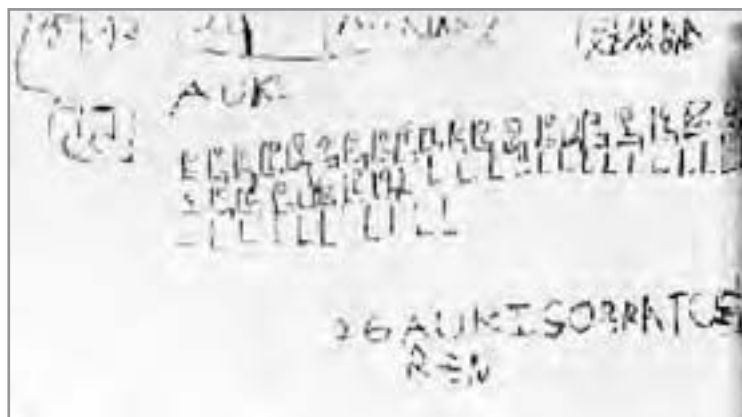
- Contar todos los nombres en las listas: 1,2, 3, 4.....29
- Contar a partir de 17: 18, 19, 20.....29
- Contar los nombres de la lista B. Luego contar 13 con los dedos a partir de 17: 18,19,2030
- Decir los nombres de los componentes del otro grupo, de memoria, mientras llevan la cuenta con los dedos. Después anotan los datos en la calculadora.

El grupo C resolvió dos problemas. Para resolver el 2º de ellos recurrieron al dibujo.

Un niño propone la estrategia de dibujar y los demás la aceptan; pero es otro niño el que hace un uso más elaborado de la propuesta gráfica y los demás le imitan.

Se hace patente la riqueza del trabajo en grupo.

Además de la interacción con los compañeros, **la intervención del docente** es fundamental para que cada uno construya sus conocimientos. Lo que el maestro hace y sus intervenciones orales preguntando, dando pistas, determina lo que los niños aprenden. El maestro es quien guía al alumno para que desde sus posibilidades y el uso de estrategias personales pueda llegar a aprender el lenguaje matemático convencional.



Es importante que los alumnos se den cuenta de la relación que existe entre la situación problema, los datos y los algoritmos. Es fundamental que comprendan desde el principio que juntar, coger, ganar, recibir, añadir etc son acciones de suma; que dar, perder, pagar, consumir etc son acciones que suponen restar.

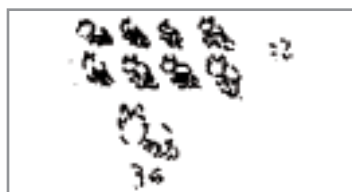
Es necesario mucho más **tiempo** para resolver un problema de esta manera. Pero el trabajo realizado al ser significativo y abordarlo desde la comprensión genera mayor avance. Cuando se trabaja en profundidad, los alumnos cada vez que se enfrentan a un tipo de problema que ya han resuelto antes, normalmente no repiten las mismas estrategias iniciales sino que intentan utilizar otras más evolucionadas, utilizan los conocimientos construidos.

Ejemplo: 1º de Primaria

Problema: *Si tienes una vaca en casa y esa vaca tiene 8 terneros ¿Cuántas patas tienen entre todos?*

Es un problema inventado por una pareja de la clase y ahora lo resolvemos entre todos. Primera vez que se enfrentan a un problema multiplicativo con números tan altos.

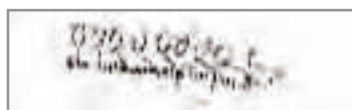
Utilizan diferentes estrategias para poder contar el número de patas. Mostramos algunas:



Dibujar los terneros y la vaca madre y después contar las patas.



Numerar las vacas, por cada vaca hacer 4 rayas (las patas) y después contarlas.



Dibujar un círculo por vaca y después rayas por patas e ir tachando al contarlas.

Después de discutir el problema entre todos, llegamos a la conclusión de que matemáticamente se puede graficar así: $4+4+4+4+4+4+4+4+4=36$.

O incluso así: $9 \times 4 = 36$ 9 veces 4 patas, o cuatro patas 9 veces.

- La siguiente vez que resolvieron un problema de este tipo **“Tengo 6 mesas y mi hijo pequeño en la sala. Cada mesa tiene 4 patas. ¿Cuántas patas son?”**, ninguno dibujó las mesas. Rápidamente dijeron que era como el problema de la vaca y los terneros. Por supuesto para hacer el cálculo utilizaron los dedos, pero ya habían dado un gran paso adelante hacia la abstracción matemática y su simbolización.

“Cada problema que resolví se convirtió en una regla que sirvió después para hacer otros problemas” Descartes

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: SECUENCIA DIDÁCTICA A LARGO PLAZO (PARA TODO UN CURSO O CICLO)

Objetivos

Con esta propuesta de trabajo sobre la resolución de problemas contribuimos a lograr los objetivos generales de Infantil y Primaria y los del ámbito de Comunicación y Representación y del área de matemáticas, marcados en los decretos de desarrollo curricular de nuestra Comunidad Autónoma.

Fundamentalmente pretendemos que:

- Los niños y niñas piensen de forma autónoma.
- Adquieran confianza en sus propias capacidades y en su manera de entender las cosas y de resolver situaciones.
- Aprendan a razonar matemáticamente basándose en los conocimientos que ya tienen (éstos tienen poca importancia en un aprendizaje memorístico pero son fundamentales en la construcción del conocimiento) y en sus propios recursos.
- Se conviertan en resolutores de problemas, pudiendo hacerlo de muchas formas diferentes, utilizando múltiples estrategias.
- Aprendan a argumentar sus ideas y a intercambiar sus puntos de vista con los demás.

No vamos a hacer un listado de **contenidos** porque una situación problemática puede involucrar a cualquier bloque de la matemática.

PROPUESTAS DE ACTIVIDADES

Ésta es una línea de trabajo amplia, es una guía para los docentes.

Muchas de las actividades propuestas pueden trabajarse con los niños de cualquier edad de Infantil y Primaria. Variará el nivel de adquisición de los contenidos, el tipo de estrategias utilizadas, el grado de comprensión de los conceptos matemáticos que entran en juego...

Las actividades no están secuenciadas ni por nivel ni por el orden en que deban ser realizadas. Cada docente, que es el que realmente conoce a su grupo, sus intereses, sus posibilidades..., planificará en cada momento lo más conveniente.

Hemos organizado las actividades en torno a estas dos preguntas:

- A. ¿Qué aspectos debemos trabajar para que ayudar a los alumnos a mejorar en la resolución de problemas?
- B. ¿Qué tipos de problemas nos parecen interesantes para trabajar en el aula?

A. ¿ Qué aspectos debemos trabajar para ayudar a los alumnos a mejorar en la resolución de problemas?

A continuación proponemos una serie de actividades que no son específicamente resolución de problemas, sino que son propuestas de trabajo para que los alumnos mejoren en los aspectos más importantes en la resolución de éstos.

Cuando intentamos resolver un problema, después o/y en otros momentos es necesario trabajar algunos aspectos que son fundamentales en la resolución de problemas.

- **Comprender** el texto del problema (sea oral o escrito), imaginarse la situación y relatarla. Es fundamental “hacerse con el problema” para poderlo resolver.
 A veces se pueden analizar problemas, situaciones sin resolverlas únicamente para ver si hay dificultades de comprensión.
- **Estimación y verificación.** Al verificar la estimación que se ha hecho ayuda a tener un dato que en las siguientes situaciones nos ayudan a hacer estimaciones más aproximadas.
 Procuraremos hacer uso de datos de rango y magnitudes diferentes:
 ¿Cuántos libros tenemos en la biblioteca de aula?
 ¿Cuántas fichas habrá aquí?
 ¿Cabrará esta mesa en este hueco?...
 Si esto es 1 metro ¿Cuánto medirá el patio?
- **Estimación de resultados o del procedimiento** a seguir (sin necesidad de resolverlo) en un problema determinado.
 Intentar aproximarse al resultado antes de operar y verificar la estimación realizada.
- **Cálculo mental:** únicamente mencionaremos la importancia de poseer múltiples estrategias de cálculo, lo cual supone un dominio del sistema de numeración.
 Las herramientas de cálculo y la rapidez a la hora de operar redundan positivamente en una eficiente resolución de problemas.
 Siempre mencionando el tipo de datos que son: 8 cm. + 23 cm... / 2 galletas por 17..., no cálculos descontextualizados.

B. ¿Qué tipos de problemas nos parecen interesantes para trabajar en el aula?

Tipo de problema	Significatividad ¿Por qué?
Problemas reales de los alumnos (vida escolar, extraescolar)	Significativo por el uso y el contexto
Problemas en torno a temas variados	Significativo para el aprendizaje
Problemas-juego: lógicos, espaciales, geométricos, aritméticos...	Significativo porque entretiene, porque provoca placer, diversión...
Problemas inventados por los alumnos	Significativo para el alumno por ser producción propia Significativo para la maestra (dato) (vemos las hipótesis que manejan nuestros alumnos)

Teniendo en cuenta todos estos tipos de problemas trabajamos en tres ejes:

- B1 - Aprovechamiento de los problemas matemáticos que se dan en el aula todos los días.
- B2 - Situaciones matemáticas en secuencias didácticas (o temas)
- B3 - Situaciones didácticas planificadas específicamente para trabajar la resolución de problemas.

B1- Aprovechamiento de los problemas matemáticos que se dan en el aula todos los días

Cantidad de situaciones (a veces infinidad de ellas) se nos presentan diariamente, decidimos aprovechar algunas de ellas por su gran potencial didáctico, otras las reservamos para volverlas a plantear en otro momento más adecuado, y algunas las dejamos pasar por ser menos interesantes o por falta de tiempo.

A veces un auténtico problema es *“nuestro tiempo”*, o la concepción que tenemos de él.

Dejamos pasar muchas situaciones de gran potencialidad por falta de tiempo y las resolvemos nosotras para después emplear dicho tiempo en actividades mucho menos interesantes y con menos potencialidad de aprendizaje.

Ejemplos:

Educación Infantil, 5 años

Reparto de 17 fotocopias (aula de 5 años): “Reparte una en cada cubeta”

Ximón tardó un rato en hacer el trabajo. A veces dudaba de si había puesto la hoja en la cubeta o no; miraba para comprobarlo.

No es tan fácil como parece: llevar el orden del reparto, mantener la correspondencia 1-1 sin equivocarse, cuando uno tiene 5 años.

Educación Primaria, 1º

Formar grupos para un trabajo

En un proyecto de trabajo queremos profundizar sobre 4 animales diferentes. En clase somos 21 alumnos. Por lo tanto se trata de repartirse en 4 grupos. Yera lo ve rápidamente: primero hacemos 10 y 10 que son 20 y luego en cada grupo de 10 hacemos 5 y 5. Así nos quedan cuatro grupos de 5 que son 20. ¿Qué pasa con el niño que sobra? Comentan que puede hacer el trabajo solo o con la profesora. Les cuesta admitir que el número de componentes de cada grupo no sea el mismo.

Por fin deciden que en uno de los grupos habrá 6 niños y en todos los demás 5.

Es evidente que en ambos casos la maestra hubiera realizado esa tarea en un momento, para dar paso a la actividad correspondiente. Sin embargo estas tareas, son actividades matemáticas en sí mismas y al ser realizadas por los alumnos, les ayudan a aprender.

Muchas de éstas son situaciones problemáticas abiertas que dan lugar a la discusión de diferentes caminos y estrategias de resolución e incluso de diferentes soluciones.

Éstas son algunas de las situaciones matemáticas que hemos aprovechado este curso con nuestros alumnos:

- Organización del aula: clasificación, conteo del material, organización de los espacios.

- Organización de los grupos de trabajo: dado el número de grupos, calcular cuántos niños en cada uno, o dado el número de componentes calcular cuántos grupos.
- Repartos: galletas, hojas, platos, servilletas, fichas....
¿Habrá suficiente para todos? ¿A cuánto tocará?
- ¿Cuántos días o meses faltan para una fecha señalada? (cumpleaños, excursión...)
- Material que necesitamos para plástica: encuadernadores, pinzas, papeles para las simetrías...
- Juegos: reparto de fichas para jugar al Bingo, anotar los tantos al jugar varios equipos a los bolos...

Educación Infantil, 5 años

Al jugar varias partidas a los bolos así han apuntado los tantos para saber cuántos bolos han tirado en total y quién es el ganador.



B2- Situaciones matemáticas en secuencias didácticas (o temas)

- Medidas del cuerpo (peso, altura, perímetro craneal, número de zapato) y relación entre ellas.
- Número de dientes que tenemos, de falanges, de huesos...
- Embarazo, meses, días...
- Edad de los niños, días, meses...
- Animales: peso, edad que alcanzan, velocidad...
- Medidas de distancias en un plano: comparación y ordenación de recorridos (distancia de casa al colegio).
- Cálculo de la edad que tenía Picasso al pintar diferentes cuadros.
- Diferentes situaciones de medida y proporción al construir la maqueta de Rentería.
- Ordenar cuatro cajas por su tamaño.

B3- Situaciones didácticas planificadas específicamente para trabajar la resolución de problemas

Actividad 1: ¿Qué es un problema matemático?

Si nunca hemos abordado este tema con los niños y niñas, resulta muy interesante plantear esta pregunta. Muchas veces a pesar de resolver auténticos problemas matemáticos en el aula, no tienen (ni tenemos) conciencia de ello. No explicitamos que “estamos haciendo matemáticas”. Otras veces llamamos problemas a meros ejercicios rutinarios que no suponen ningún reto para nadie.

Escucharemos así las ideas y conocimientos que tienen respecto al tema, lo que para ellos es problema y que para ellos es matemática.

Registro de 1º de Primaria:

Profesora: Para vosotros ¿qué es un problema matemático?

Leila: Yo no sé, yo no tengo problemas.

Lide: Tú antes, cuando no nos callábamos tenías un problema, pero después cuando te has enfadado y nos has reñido, el problema lo hemos tenido nosotros.

Profesora: De acuerdo, eso era un problema, pero ¿era un problema matemático?

Yeray: No, porque no había números.

Asier: Pero hay problemas sin números.

Profesora: ¿Por ejemplo?

(Silencio total durante unos segundos)

Hodei: Yo no sé, pero los laberintos de los pasatiempos no tienen números, yo no sé si son problemas.

Lide: Pues sí, pues serán, porque a veces cuesta mucho salir ¿te acuerdas el del otro día?, ese grande, el de la última hoja, ¿te acuerdas Ainhoa? Al final lo sacamos entre Leila, Ainhoa y yo, y porque nos ayudó Pili, siempre nos liábamos.

Mikel: Pero otros son fáciles.

Lide: Ya, pero ése no, ése era difícil ¿a qué sí?

Profesora: Leila ha dicho que ella no tiene problemas y los laberintos no tenemos claro si son problemas o no. ¿Alguno de vosotros piensa que ha resuelto alguna vez un problema matemático?

Iker M.: Sí, ¿no os acordáis? Cuando calculamos cuántos encuadernadores hacían falta para el elefante, la rana y la gallina.

Profesora: ¿Por qué era un problema?

Iker M.: Porque hacían falta muchos y éramos más pequeños y no sabíamos contar.

Eider: Mi madre dice que cuando vas a comprar.

Mikel: ¿Por qué?

Eider: Por el dinero y eso.

Profesora: Lo referente al dinero ¿es un problema matemático?

Iris: Sí. Tú siempre nos dices que no tiremos los papeles de colores, que guardemos lo que sobra para otro día porque son muy caros y tenemos poco dinero para comprar cosas para el cole.

Lide: Sí, porque para comprar cosas necesitas dinero y si no tienes y tú preguntas en la tienda ¿cuánto es? y te dicen y no tienes ¿qué pasa?

Yeray: Pues yo no tengo problemas con el dinero. Yo voy los sábados y los domingos a comprar el pan y el periódico y no tengo problemas.

Profesora: ¿Sabes si te dan bien los cambios?

Yeray: Sí, yo doy 2 euros o 3 euros, o los céntimos que me dicen, yo lo cuento y ya está. Es fácil.

Lide: Porque compras sólo dos cosas, si no ya verías...

Iker S.: Yo también compro las chuches donde Txema. Voy yo solo.

Profesora: Vamos a pensar en problemas matemáticos que hayamos resuelto entre todos en clase. Iker ha comentado lo de los encuadernadores...

Jon: Sí, salieron ciento sesenta y ocho, eran muchos, y luego tú trajiste muchas cajas.

Asier: Sí y en cada caja había cuarenta o cincuenta ¿no?

Profesora: Está claro que aquel fue un problema matemático, a ver si nos acordamos de alguno más.

Iris: Cuando el cuento del "Gallo Kiriko", tú dijiste que eso eran matemáticas, no sabíamos cuántas hojas poner, queríamos justas...

Alba: Y estaban el gallo, el tío Perico, el fuego, la oveja, el palo...

Eider: La cocinera, la lechuga y la lluvia. Y también la portada.

Profesora: ¿Y por qué era un problema?

Iris: Porque como doblábamos las hojas y hacíamos por todos los lados era un lío y había que contar.

Ainhoa: Y cuando a Ismael y a Iker Soto se les cayó el periódico, y lo llevaron al corcho y era la hora del recreo y vino la andereño Ana y estuvisteis todos mucho rato poniendo las hojas bien. ¡Jo, menudo problema!

Profesora: El hacer sumas y restas ¿es un problema?

Yeray: Para mí no, yo hago muy rápido y ya no uso los dedos, ni pinturas ni nada, sólo la cabeza.

Eider: Yo a veces sin dedos, es muy fácil: tres y tres son seis, cinco y cinco son diez.

Jon: Un millón y un millón dos millones.

En un principio les cuesta identificar ciertas situaciones como problema matemático. El usar juntas ambas palabras les desconcierta.

Poco a poco van surgiendo situaciones variadas: laberintos, cómputo de encuadernadores, dinero, cálculo de hojas que se necesitan para realizar una actividad, ordenación de las páginas del periódico.

Todas las situaciones que mencionan surgen de su vida real, son situaciones reales que han vivido, significativas y por lo tanto necesaria su resolución.

La resolución de todas estas situaciones supone para estos niños de primero poner en juego estrategias y formas de pensar variadas y originales.

Actividad 2: Invención de problemas matemáticos

Inventar problemas. Es importante que potenciemos que los alumnos sean también productores (inventores) de problemas matemáticos.

Es un tipo de actividad que favorece la comprensión de los problemas y sirve para analizar con los alumnos factores como el tema del problema, el tipo de datos que aparecen, la coherencia del planteamiento, su ajuste con una situación real, tipo de operación que se debe realizar para resolverlo...

Se propone a los niños y niñas inventar problemas matemáticos y que los escriban (por parejas). Estos son algunos de los problemas inventados por los niños de 1º:

- Si tienes 200 perros y se mueren 30 ¿Cuántos quedan?
- Tengo 6 mesas y mi hijo pequeño en la sala. Cada mesa tiene 4 patas. ¿Cuántas patas son?
- Si una vaca tiene 8 terneros ¿Cómo los cuidaría?
- Si en el colegio hay 834 niños ¿Cuántas orejas hay? Y si cada uno te pide 2 juguetes ¿Cuántos tienes que comprar?
- Va una chica a comprar 2 paquetes de patatas. Si cada paquete vale 50 céntimos ¿Cuánto valen los dos?
- Tengo 8 perros. Cada uno tiene 8 cachorros. Y no sé cuántos son.
- Si tengo 5 rinocerontes. ¿Cuántas patas tienen?
- Si tienes mil y un perros y te quitan uno. ¿Cuántos te quedan?
- Si tienes tres caramelos y 8 niños ¿Qué harías?
- Si cada uno tenemos tres cuadernillos de matemáticas. ¿Cuántos tenemos entre todos?
- Si vas a un cementerio y hay 100 tumbas y en cada una hay 100 muertos ¿Cuántos hay?
- Tenemos 26 lápices. Cada lápiz tiene 2 puntas. ¿Cuántas puntas tienen?
- ¿Cuántas flores tiene el jersey de Iris?
- Si tienes una vaca en casa y esa vaca tiene 8 terneros. ¿Cuántas patas tienen entre todas?
- Tengo tres perros y me cagan tres veces al día. ¿Cuántas veces cagan entre todos?

El hecho de escribir el problema supone otro tipo de lenguaje diferente al oral. Casi todos los problemas son de tipo multiplicativo (cuando según la secuenciación tradicional de los contenidos de matemáticas se debería iniciar la multiplicación a finales del 2º curso).

No plantean problemas de sumas y restas.

No plantean ningún problema parecido a los que proponen los libros de texto para esta edad (dato muy importante para que reflexionemos sobre lo que es significativo e interesante para los niños).

Muchos de los enunciados comienzan con una condición.

Actividad 3: Resolución de problemas inventados (o propuestos por la maestra)

Toda la clase resuelve los problemas propuestos por cada pareja de niños.

Proponemos una primera fase de resolución personal para que cada niño pueda después aportar sus ideas a la discusión. Aparecen numerosas estrategias y formas diferentes de resolución, y después las discutimos entre todos.

Aparte de resolver el problema matemáticamente hablamos sobre si es lógico o no, si hay alguna posibilidad de que se de dicha situación en la vida real o no.

Resolvemos el problema de la vaca que tiene 8 terneros. La solución que dan es correcta: tienen en total 36 patas. Después tratamos si es normal que una vaca tenga 8 terneros o no. Modifican el problema y la que tiene 8 crías ahora es una coneja (situación que sí se da en la vida real).

Entre dos clases diferentes realizamos un intercambio de problemas: los inventados en una pasan a la otra para ser resueltos y viceversa. Devolvemos a los autores no sólo los resultados sino diversos comentarios acerca lo interesante que ha sido, las estrategias utilizadas, si ha sido fácil o muy complicado...

Actividad 4: Inventar problemas teniendo en cuenta alguna condición puesta por la maestra

Inventar un problema que sea de división; uno cuyo resultado sea 14; un problema que sea de medidas, en torno a un tema: deporte, geografía universo; inventar un problema con un material determinado (un folleto de propaganda, inmobiliarias del periódico, un ticket de compra...); dando una imagen o fotografía...

Se puede proponer inventar problemas difíciles para alumnos mayores, o problemas fáciles para alumnos más jóvenes (así analizaremos qué supone para nuestros alumnos que algo sea matemáticamente fácil o difícil).

Yeray inventa el problema siguiente (condición: ser muy fácil): Una niña tiene 6 caramelos y su hermano le da 7. ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?

Cuando Yeray lo lee Lide comienza a explicar: " Mira son 13, es fácil, pero el problema está en que su madre va y les pregunta ¿habéis comido caramelos? Porque ellos van a la compra y con lo que les sobra, sin que su madre lo sepa, compran caramelos, y luego se los comen, la niña 6 y el niño 7. Pero luego su madre les pillá y les pregunta si han comido caramelos para ver qué dicen. Ése sí que es un problema grande, y son 13 los que han comido.

Lide intenta convertir en auténtico problema una situación que matemáticamente se resuelve con un cálculo muy fácil para ella.

Esto nos lleva a pensar en tantos ejercicios rutinarios que realizan en clase bajo el nombre de problema y que no suponen ningún reto para nuestros alumnos.

Problemas inventados por diferentes niños teniendo como base la misma fotografía:

- Hay cuatro niños y tres niñas ¿cuántos dientes tienen?
 - Estos niños comen en el comedor del colegio. Si todos los días cada uno come dos yogures. ¿cuántos comen en una semana?
 - ¿Cuántos años tienen entre todos?
-

Actividad 5: Transformación de problemas

Esta actividad iría muy unida a los problemas con condiciones con una variante: dado un problema proponer una transformación del mismo dando alguna condición.

Transformar un problema de suma en uno de resta manteniendo las cantidades.

Doblar todas las cantidades del problema y ver si sigue siendo lógico o no y si se puede resolver.

Cambiar (o añadir) ciertos aspectos del problema sin que varíen ni las operaciones matemáticas ni el resultado.

Conseguir que el resultado sea tres veces mayor.

Añadir algún elemento o situación al problema para aumentar el número de operaciones matemáticas. ...

Y como punto final a esta propuesta didáctica, una observación: los maestros deberíamos analizar de vez en cuando (y bastante minuciosamente) los problemas que aparecen en los materiales didácticos.

Porque:

Al trabajar los contenidos matemáticos de forma aislada y descontextualizada, pierden sentido, y al no haber relación de unos elementos con otros se convierten en ejercicios más o menos mecánicos.

El hecho de programar el aprendizaje de los problemas en función del algoritmo que se enseña en cada momento supone que, el alumno ya sabe cual es el algoritmo que deberá utilizar; no necesita comprender el texto para saber qué operación debe de realizar. (Además frecuentemente los datos aparecen en el orden en el que hay que colocarlos para operar).

Cuando los problemas se plantean para ejercitar un algoritmo determinado, se incide en el algoritmo y se aleja del significado del problema y de la búsqueda de procedimientos de resolución.

BIBLIOGRAFÍA

- Arrieta Illarramendi, M / Sanz Lerma, I.** "Conveniencia de usar un protocolo como forma de expresión en la resolución de un problema. Propuesta". *Revista SIGMA n° 13-14*
- Bethencourt Benítez, T. J.** "La importancia del lenguaje en la resolución de problemas aritméticos de adición y sustracción". *Revista SUMA n° 16*
- Corbalán, F.** "Matemáticas de la vida cotidiana". *Aula de Innovación educativa n° 63.*
- Fernández, S. / Basarrate, A. / Alayo, F. / Fouz, F.** "La resolución de problemas". *Revista SIGMA n° 10.*
- Fernández, S. / Basarrate, A. / Alayo, F. / Fouz, F.** "Listado y ejemplificación de estrategias". *Revista SIGMA n° 10.*
- Fuente de la, Constantino.** "Sobre los enunciados de los problemas". *Revista SIGMA n° 8*
- García, J. / Mulas, R.** "Cuando los niños y las niñas tienen la palabra en matemáticas". *Aula de Innovación educativa n° 96.*
- Ifrah, G.** "Las cifras. Historia de una gran invención". *Alianza editorial, Madrid 1992*
- Kamii, C.** "Reinventando la aritmética III". *Editorial Visor. Madrid 1995*
- López Sierra, G. / Etxegarai, F.** "Listado y ejemplificación de estrategias". *Revista SIGMA n° 13-14.*
- Muñoz, L. / Lassalle, P.** "De la peseta al euro: preparándonos para el futuro". *Aula de Innovación educativa n° 106.*
- Polya, G.** "Cómo plantear y resolver problemas". *Editorial Trillas, 1992 México.*
- Ramírez, R. / Serra, T.** "Hablamos de matemáticas". *Aula de Innovación educativa n° 96.*
- Rowan, T. / Bourne, B.** "Pensando como matemáticos". *Editorial Manantial 1994.*